
Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Hintergrund	1
1.2	Notation und mathematische Vorbemerkungen	5
1.3	Physikalische Herleitung der Wärmeleitungsgleichung	8
1.4	Problemstellungen	12
2	Ein Zweipunkt-Randwertproblem	15
2.1	Das Maximumprinzip	15
2.2	Greensche Funktion	18
2.3	Variationsformulierung	20
2.4	Problemstellungen	23
3	Elliptische Gleichungen	27
3.1	Vorbemerkungen	27
3.2	Ein Maximumprinzip	29
3.3	Das Dirichlet-Problem für eine Kreisscheibe. Das Poisson-Integral	30
3.4	Fundamentallösungen. Die Greensche Funktion	32
3.5	Variationsformulierung des Dirichlet-Problems	35
3.6	Ein Neumann-Problem	38
3.7	Regularität	40
3.8	Problemstellungen	41
4	Finite Differenzenverfahren für elliptische Gleichungen	45
4.1	Ein Zweipunkt-Randwertproblem	45
4.2	Die Poisson-Gleichung	48
4.3	Problemstellungen	52
5	Die Methode der finiten Elemente für elliptische Gleichungen	53
5.1	Ein Zweipunkt-Randwertproblem	54

5.2	Ein Modellproblem in der Ebene	60
5.3	Einige Aspekte der Approximationstheorie	63
5.4	Fehlerabschätzungen	66
5.5	Eine a posteriori Fehlerabschätzung	69
5.6	Numerische Integration	71
5.7	Eine Methode der gemischten finiten Elemente	75
5.8	Problemstellungen	77
6	Das elliptische Eigenwertproblem	81
6.1	Entwicklung nach Eigenfunktionen	81
6.2	Numerische Lösung des Eigenwertproblems	92
6.3	Problemstellungen	97
7	Anfangswertprobleme für gewöhnliche Differentialgleichungen	101
7.1	Das Anfangswertproblem für lineare Systeme	101
7.2	Numerische Lösung gewöhnlicher Differentialgleichungen	107
7.3	Problemstellungen	113
8	Parabolische Gleichungen	115
8.1	Das reine Anfangswertproblem	115
8.2	Lösung durch Entwicklung nach Eigenfunktionen	120
8.3	Variationsformulierung, Energieabschätzungen	126
8.4	Ein Maximumprinzip	129
8.5	Problemstellungen	131
9	Finite Differenzenverfahren für parabolische Probleme	135
9.1	Das reine Anfangswertproblem	135
9.2	Das gemischte Anfangs-Randwertproblem	145
9.3	Problemstellungen	153
10	Die Methode der finiten Elemente für ein parabolisches Problem	157
10.1	Die semidiskrete Galerkin-Methode der finiten Elemente	157
10.2	Einige vollständig diskrete Schemata	164
10.3	Problemstellungen	168
11	Hyperbolische Gleichungen	171
11.1	Charakteristische Richtungen und Flächen	171
11.2	Die Wellengleichung	174
11.3	Skalare Gleichungen erster Ordnung	178
11.4	Symmetrische hyperbolische Systeme	183
11.5	Problemstellungen	190

12 Finite Differenzenverfahren für hyperbolische Gleichungen . 195
 12.1 Skalare Gleichungen erster Ordnung 195
 12.2 Symmetrische hyperbolische Systeme 202
 12.3 Das Wendroff-Box-Schema 206
 12.4 Problemstellungen 208

13 Die Methode der finiten Elemente für hyperbolische Gleichungen 211
 13.1 Die Wellengleichung 211
 13.2 Hyperbolische Gleichungen erster Ordnung 215
 13.3 Problemstellungen 226

14 Weitere Klassen numerischer Methoden 229
 14.1 Kollokationsverfahren 229
 14.2 Spektralmethoden 230
 14.3 Finite Volumenverfahren 232
 14.4 Randelementmethoden 233
 14.5 Problemstellungen 235

A Einige Hilfsmittel aus der Analysis 237
 A.1 Abstrakte lineare Räume 237
 A.2 Funktionenräume 244
 A.3 Die Fourier-Transformation 252
 A.4 Problemstellungen 253

B Überblick über numerische lineare Algebra 257
 B.1 Direkte Verfahren 257
 B.2 Iterative Verfahren. Relaxation, Überrelaxation und Beschleunigung 258
 B.3 Methode der alternierenden Richtung 260
 B.4 PCG-Verfahren 261
 B.5 Mehrgitterverfahren und Gebietszerlegung 262

Literaturverzeichnis 265

Index 269