
Table des matières

Partie I Le modèle de Maxwell–Bloch

| | | |
|----------|---|----|
| 1 | Contexte physique | 3 |
| 1.1 | L’optique non linéaire et quantique | 3 |
| 1.2 | Phénomènes en optique non linéaire | 3 |
| 1.2.1 | Effets non linéaires du second ordre | 3 |
| 1.2.2 | Effet Kerr | 4 |
| 1.2.3 | Effet laser | 4 |
| 1.2.4 | Diffusions Raman | 5 |
| 2 | Modèle physique | 7 |
| 2.1 | Les équations de Bloch | 7 |
| 2.1.1 | Vecteur d’état, équation de Schrödinger | 7 |
| 2.1.2 | Formalisme de la matrice densité | 8 |
| 2.1.3 | L’approximation dipolaire électrique | 9 |
| 2.1.4 | Les équations de Bloch | 10 |
| 2.1.5 | Symétries, propriétés de positivité | 10 |
| 2.1.6 | Modèles de relaxation | 12 |
| 2.2 | Le système de Maxwell–Bloch | 15 |
| 2.2.1 | Équations de Maxwell | 15 |
| 2.2.2 | Couplage via la polarisation | 15 |
| 2.2.3 | Modes de polarisation de l’onde | 16 |
| 2.3 | Modèle à deux niveaux d’énergie | 17 |
| 2.3.1 | Variables de Bloch à deux niveaux | 17 |
| 2.3.2 | Couplage via la polarisation | 18 |
| 2.3.3 | Un modèle unidimensionnel | 18 |
| 3 | Analyse mathématique | 21 |
| 3.1 | Le modèle complet et la terminologie | 21 |
| 3.2 | Propriétés mathématiques | 21 |
| 3.2.1 | Conservation de la trace | 22 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 3.2.2 | Positivité des populations | 23 |
| 3.2.3 | Majoration des cohérences | 24 |
| 3.2.4 | Positivité de la matrice densité | 25 |
| 3.3 | Problème de Cauchy local | 27 |
| 3.4 | Estimations a priori | 31 |
| 3.4.1 | Estimation L^∞ de la matrice densité | 32 |
| 3.4.2 | Définition d'une énergie physique | 32 |
| 3.4.3 | Premières estimations L^2 | 33 |
| 3.4.4 | Majoration de l'énergie | 33 |
| 3.5 | Problème de Cauchy global | 34 |
| 3.5.1 | Modèle à deux niveaux | 34 |
| 3.5.2 | Modèle à N niveaux | 35 |
| 4 | Simulations numériques | 37 |
| 4.1 | Transparence auto-induite | 37 |
| 4.2 | Génération de seconde harmonique | 41 |
| 4.3 | Transfert de cohérence | 43 |
| 4.4 | Effet Raman | 45 |
| | Littérature de la partie I | 49 |

Partie II Une hiérarchie de modèles

| | | |
|----------|--|-----------|
| 5 | Équations de taux | 53 |
| 5.1 | Dérivation heuristique des équations de taux | 53 |
| 5.2 | Analogie avec les équations d'Einstein | 55 |
| 5.3 | Dérivation rigoureuse des équations de taux | 56 |
| 5.4 | États d'équilibre des équations de taux | 57 |
| 5.4.1 | Hypothèses et notations | 57 |
| 5.4.2 | Cas de la relaxation de Pauli seule | 58 |
| 5.4.3 | Dimension du noyau de Ψ | 58 |
| 5.4.4 | Calcul de l'état d'équilibre | 59 |
| 5.4.5 | Définition d'une température | 61 |
| 5.4.6 | Négativité de l'opérateur de taux | 61 |
| 6 | Expressions classiques de la polarisation | 63 |
| 6.1 | Modèles linéaires | 63 |
| 6.1.1 | Modèle de Debye | 64 |
| 6.1.2 | Modèle de Lorentz | 64 |
| 6.1.3 | Optique linéaire instantanée | 66 |
| 6.2 | Modèles non linéaires | 66 |
| 6.3 | Autres développements | 67 |

| | | |
|----------|---|----|
| 7 | Équations d'enveloppe | 69 |
| 7.1 | Approche heuristique | 69 |
| 7.1.1 | Suppression du déplacement magnétique | 69 |
| 7.1.2 | Approximation paraxiale | 70 |
| 7.1.3 | Suppression de l'échelle rapide | 70 |
| 7.1.4 | Transparence auto-induite | 71 |
| 7.2 | Adimensionnement | 72 |
| 7.2.1 | Cas de l'interaction forte | 72 |
| 7.2.2 | Cas des champs faibles se propageant dans des milieux peu excités..... | 73 |
| 7.2.3 | Cas proche de la résonance | 75 |
| 7.3 | Asymptotiques rigoureuses..... | 76 |
| 7.3.1 | Optiques géométrique et diffractive | 77 |
| 7.3.2 | Présentation de la méthode dans le cadre de l'optique de Descartes | 77 |
| 7.3.3 | Généralisations à d'autres phénomènes | 79 |
| 7.3.4 | Application à des systèmes concrets..... | 82 |
| | Littérature de la partie II | 85 |

Partie III Considérations numériques

| | | |
|----------|---|-----|
| 8 | Discrétisation des équations de Bloch | 89 |
| 8.1 | La méthode de Crank–Nicolson | 89 |
| 8.1.1 | Présentation | 89 |
| 8.1.2 | Défaut de positivité..... | 90 |
| 8.1.3 | Erreur de trace..... | 92 |
| 8.2 | Une méthode de splitting | 92 |
| 8.2.1 | Principe..... | 92 |
| 8.2.2 | Réalisation | 93 |
| 8.3 | Illustration numérique | 97 |
| 9 | Discrétisation des équations de Maxwell | 99 |
| 9.1 | Un schéma aux différences finies : le schéma de Yee | 99 |
| 9.1.1 | Schéma de Yee unidimensionnel | 99 |
| 9.1.2 | Schéma de Yee bidimensionnel | 100 |
| 9.2 | Stabilité..... | 100 |
| 9.2.1 | Stabilité linéaire classique | 100 |
| 9.2.2 | Stabilité non linéaire..... | 105 |
| 9.3 | Schémas aux volumes finis | 108 |
| 9.3.1 | Polarisation TE | 108 |
| 9.3.2 | Polarisation TM..... | 110 |

| | |
|---|-----|
| 10 Couplage Maxwell–Bloch | 111 |
| 10.1 Expressions de la polarisation | 111 |
| 10.1.1 Formulation via le calcul de \mathbf{P} | 111 |
| 10.1.2 Formulation via le calcul de \mathbf{J} | 112 |
| 10.2 Couplage fort avec le schéma de Yee | 112 |
| 10.3 Couplage faible avec le schéma de Yee | 113 |
| 10.3.1 Méthode de Crank–Nicolson | 113 |
| 10.3.2 Méthode du splitting | 113 |
| 10.3.3 Méthode de la relaxation | 114 |
| 10.4 Illustration numérique | 114 |
| 10.4.1 Précision | 114 |
| 10.4.2 Stabilité | 115 |
| 10.5 Schéma aux volumes finis | 122 |
| 10.5.1 Discrétisation en espace | 122 |
| 10.5.2 Discrétisation en temps | 123 |
| 11 Modèles classiques | 125 |
| 11.1 Modèles discrets de type Yee | 125 |
| 11.1.1 Principes des méthodes numériques | 125 |
| 11.1.2 Modèle de Debye | 127 |
| 11.1.3 Modèle de Lorentz | 129 |
| 11.1.4 Permittivité numérique des schémas | 130 |
| 11.1.5 Stabilité des méthodes par intégration directe | 133 |
| 11.2 Schémas aux éléments finis | 139 |
| 11.3 Équations d’enveloppe | 140 |
| Littérature de la partie III | 141 |
| <hr/> | |
| Tendances pour l’avenir | |
| <hr/> | |
| Simplification du modèle | 145 |
| Enrichissements du modèle | 146 |
| <hr/> | |
| Appendices | |
| <hr/> | |
| A Constantes physiques | 149 |
| A.1 Préfixes et symboles | 149 |
| A.2 Le système MKS | 149 |
| A.3 Constantes universelles | 150 |
| A.4 Unités des variables en optique non linéaire | 150 |

| | |
|---|-----|
| B Mesures physiques | 151 |
| B.1 Longueurs d'ondes | 151 |
| B.2 Temps caractéristiques | 152 |
| B.3 Valeurs de n_0 et n_2 | 152 |
| B.4 Temps de relaxation | 153 |
| B.5 Modèle de Debye | 153 |
| B.6 Modèle de Lorentz | 153 |
| C Notations | 155 |
| Littérature de la conclusion et des appendices | 165 |
| Liste des figures | 167 |
| Index | 169 |